

MODÉLISATION DES EFFORTS

Actions mécaniques à distance

Le poids

7

1 – PRÉAMBULE

On voit en classe de seconde et peut être au collège que le poids d'un objet est donné par la relation $P = m \cdot g$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Ceci est vrai ! Mais d'où vient cette formule, pourquoi cette valeur de g ?

Les explications données ici sont cadrées par la mécanique newtonienne dans laquelle le poids est considéré comme une force. Un autre cadre théorique, plus général, permet d'expliquer la gravitation et le concept de poids selon une autre approche qui n'est pas évoquée ici.

2 – APPROCHE QUALITATIVE DE LA NOTION DE POIDS

On constate que, sur terre, les objets qui nous entourent et nous-mêmes d'ailleurs sommes irrémédiablement attiré vers ce qu'on appelle « le bas ». On peut considérer, c'est ce qu'a fait Newton, qu'une force agit avec une certaine **intensité**, sur une **direction** donnée et avec un **sens**. D'ailleurs, dire « vers le bas » implique la direction « verticale », celle donnée localement par le fil à plomb, là où on est.

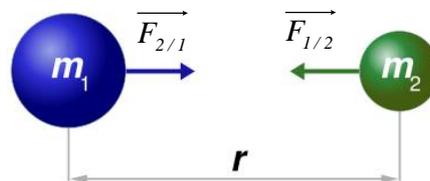
On constate aussi que l'intensité de la force dépend de la quantité matière mise en jeu. Il sera par exemple plus facile de soulever un petit galet trouvé sur la plage qu'un gros rocher, pourtant fait de la même matière.

3 – FORCE GRAVITATIONNELLE

La théorie de la gravitation de Newton (en mécanique classique donc) pose les choses ainsi : « Deux corps quelconques s'attirent en raison directe de leur masse et en raison inverse du carré de la distance de leurs centres de gravité ».

Cet énoncé donne : $F_{2/1} = F_{1/2} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

- ⇒ $G = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ s'appelle « la constante gravitationnelle ».
- ⇒ m_1 et m_2 sont les masses des corps ; elles s'expriment en kg .
- ⇒ r est la distance séparant les centres de masses des corps ; elle s'exprime en m .
- ⇒ $F_{i/j}$ est la force de pesanteur exercée par le corps i sur le corps j ; elle s'exprime en N . **C'est le poids.**



4 – INTENSITÉ DU POIDS D'UN CORPS

Considérons un corps (1) de masse m à proximité de la terre (de masse m_T et de rayon r_T connus).

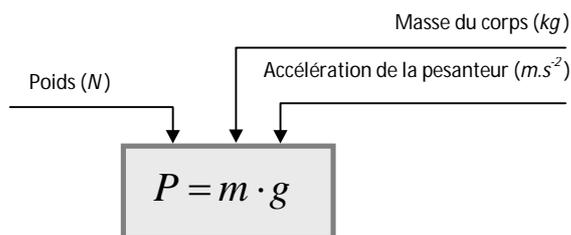
Le corps (1) subit donc l'attraction gravitationnelle qui implique une force d'intensité $F_{Terre/1}$. C'est son poids, qu'on peut noter P par commodité.

On a donc $P = G \cdot \frac{m \cdot m_T}{r^2}$ et, en posant $g = G \cdot \frac{m_T}{r_T^2}$, on a la formule suivante :

g est homogène à une accélération ; on l'appelle « accélération de la pesanteur ».

Sur terre, le calcul donne $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ en valeur moyenne sur la surface du globe (cette notion de valeur moyenne est due au fait que la terre n'est pas tout à fait ronde).

Pour information, on a $m_T = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et $r_T = 6371 \text{ km}$.

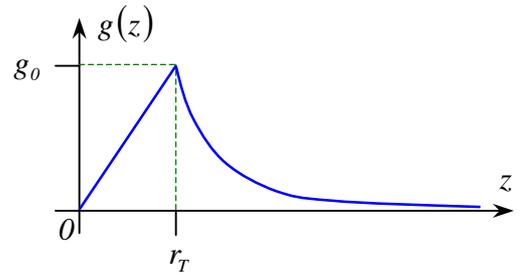


5 – VARIATION DE g EN FONCTION DE L'ALTITUDE

$\forall z \geq r_T$, on montre que $g(z) = g_0 \cdot \frac{r_T^2}{(r_T + z)^2}$ avec $g_0 = g(r_T)$

($g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ sur terre).

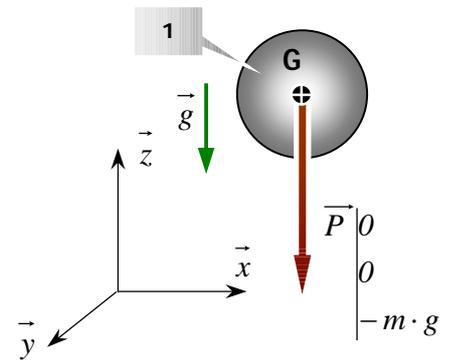
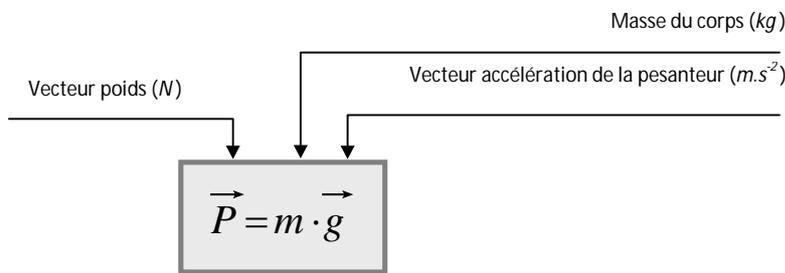
*Le poids d'un solide diminue avec l'altitude (mais sa masse reste constante).
Les variations de poids sont négligées si les variations d'altitude sont faibles.*



6 – REPRÉSENTATION VECTORIELLE DU POIDS

Le champ de pesanteur est le vecteur noté \vec{g} , orienté vers le corps qui est en est la source.

Le poids peut en conséquence être représenté à l'aide du vecteur



Dans le repère $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ci-contre, \vec{g} est porté par l'axe \vec{z} qui de facto définit la verticale : $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}$.

\vec{g} étant orienté vers le bas, le poids du corps { 1 } l'est aussi et, dans le repère $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, on a : $\vec{P} = -m \cdot g \cdot \vec{z}$

*Le vecteur poids est noté \vec{P} . Il est appliqué au **centre de gravité G** du corps, il est porté par la **verticale** et est orienté vers le **bas**.
Son intensité vaut $P = m \cdot g$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ à la surface de la terre.*

Dans le cas d'une approche graphique, on écrira le poids :

Nom	Origine « ⊕ »	Direction « Δ »	Sens « ↗ »	(N)
\vec{P}	G	(G, \vec{z}) (ou verticale)	$-\vec{z}$ (ou ↓ ou vers le bas)	$m \cdot g = 150 \text{ N}$ (par exemple)

7 – REPRÉSENTATION TORSORIELLE DU POIDS

Le poids est une force à laquelle *aucun couple pur* n'est associé. Ce faisant, il se représente à l'aide d'un **torseur glisseur** lorsqu'il est écrit là où il est appliqué, c'est-à-dire au centre de gravité du solide :

Avec l'exemple pris au paragraphe précédent, on a :

$$\left\{ T_{pes/1} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{R}}$$